

たのしい

2017.08.03

# サイエンス通信 (12)

## 累乗をたのしむ — 一の位に着目 —

堺高校は夏休み期間中です。熱中症に注意して生活を送りましょう。

今回は、同じ数を繰り返し掛けてできる「累乗（るいじょう）」の一の位の数を正確に求める方法を考えてみましょう。

例えば、 $2^{100}$ （2 の 100 乗）の一の位の数をあなたならどのようにして求めますか。

2 を 100 個（99 回）ひたすら掛け続ける方法もよいでしょう。電卓があると便利です。

あるいは、2 を何回か掛け続けてみてから  $2^{100}$  の一の位の数を推測する方法もありますね。

そこで、 $2^1, 2^2, 2^3, \dots$ , を計算しましょう。

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024.

$2^{10}$  までの値です。さらに、 $2^{11}, 2^{12}, \dots$ , と計算を続けるまえに、 $2^{10}$  までの値の一の位の数に着目して、次のように並べましょう。

2, 4, 8, 16,  
32, 64, 128, 256,  
512, 1024, ……,

すると、一の位の数が 2, 4, 8, 6 の順に繰り返していることが見えてきませんか。

このことを文字式を用いて表現しましょう。

$n$  を自然数（正の整数）とすると、

$2^{4n-3}$  の一の位の数は 2,  $2^{4n-2}$  の一の位の数は 4,

$2^{4n-1}$  の一の位の数は 8,  $2^{4n}$  の一の位の数は 6

であるとまとめることができます。

したがって、 $2^{100}$  の一の位の数は

$2^{100} = 2^{4 \times 25}$  より 6 であることが求まりました。

続いて、 $3^{50}$  の一の位の数を求めてみましょう。

$3^1, 3^2, 3^3, \dots$ , を計算すると、

3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, ……

この数の列を一の位の数に着目して並べると、

3, 9, 27, 81,  
243, 729, 2187, ……

より、3, 9, 7, 1 の順に繰り返していることが見えてきます。

このことについて、 $n$  を自然数とするとき、

$3^{4n-3}$  の一の位の数は 3,  $3^{4n-2}$  の一の位の数は 9,

$3^{4n-1}$  の一の位の数は 7,  $3^{4n}$  の一の位の数は 1

とまとめることができます。

したがって、 $3^{50}$  の一の位の数は

$3^{50} = 3^{4 \times 13 - 2}$  より 9 であると求まります。

さらに、 $4^{25}$  の一の位の数を求めましょう。

$4^1, 4^2, 4^3, \dots$ , を計算すると、

4, 16, 64, 256, 1024, 4096, ……

より、4, 6 の順に繰り返していますね。

このことについて、 $n$  を自然数とするとき、

$4^{2n-1}$  の一の位の数は 4,  $4^{2n}$  の一の位の数は 6

とまとめられます。

したがって、 $4^{25}$  の一の位の数は

$4^{25} = 4^{2 \times 13 - 1}$  より 4 であると求まります。

ここで、もうひとつの解法を。

指数法則より  $4^{25} = (2^2)^{25} = 2^{50}$  ですから、 $4^{25}$  の一の位の数は

$2^{50} = 2^{4 \times 13 - 2}$  より 4 であると求めることもできます。

今一度、一の位の数に着目して、掛け算の九九表を眺めましょう。 (杉)