

## サイエンス通信 (17)

## 循環小数 —分数で表そう—

堺の朝夕もようやく涼しめになってきました。

皆さんも体調には注意してください。

さて、今回は循環小数を分数で表して、周期性や規則性を見出しましょう。

まず、 $0.\dot{1}=0.111\dots$  を分数で表す方法を考えてみましょう。

そうですね。両辺を 10 倍すると、

$$1.\dot{1}=1.111\dots \quad \text{となります。また、}$$

$$x=0.111\dots \quad \text{とおくと、}$$

$$10x=1.111\dots \quad \text{より、}$$

$$10x=1.111\dots$$

$$\text{—) } x=0.111\dots$$

$$9x=1$$

$$x=\frac{1}{9}$$

同様にして、

$$0.222\dots = \frac{2}{9}, \quad 0.333\dots = \frac{3}{9}, \quad 0.444\dots = \frac{4}{9}, \quad 0.555\dots = \frac{5}{9},$$

$$0.666\dots = \frac{6}{9}, \quad 0.777\dots = \frac{7}{9}, \quad 0.888\dots = \frac{8}{9}, \quad \text{となります。}$$

ここに、 $0.999\dots = \frac{9}{9}=1$  であることが分かります。

続いて、 $0.0\dot{1}=0.010101\dots$  を分数で表しましょう。

両辺を 100 倍して、小数点以下を揃えるところがポイントですよ。

すなわち、 $x=0.010101\dots$  とおくと、

$$100x=1.010101\dots \quad \text{となります。}$$

したがって、

$$100x=1.010101\dots$$

$$\text{—) } x=0.010101\dots$$

$$99x=1$$

$$x=\frac{1}{99}$$

同様に、

$$0.020202\dots = \frac{2}{99}, \quad 0.030303\dots = \frac{3}{99}, \quad 0.040404\dots = \frac{4}{99},$$

$$\dots, \quad 0.979797\dots = \frac{97}{99}, \quad 0.989898\dots = \frac{98}{99},$$

となります。

ここで、 $0.999999\dots = \frac{99}{99}=1$  を導き出すことができます。

さらに、 $0.\dot{1}=0.111\dots$  から  $0.\dot{1}=\frac{1}{9}$  であることと、

$0.0\dot{1}=0.010101\dots$  から  $0.0\dot{1}=\frac{1}{99}$  であることから、

$0.00\dot{1}=0.001001001\dots$  を分数で表すと、どのようになるでしょうか。

$0.001001001\dots = \frac{1}{999}$  となることが推測できますね。

あるいは、実際に計算して確かめることもできますね。

$x=0.001001001\dots$  の両辺を 1000 倍すると、

$$1000x=1.001001001\dots \quad \text{より}$$

$$1000x=1.001001001\dots$$

$$\text{—) } x=0.001001001\dots$$

$$999x=1$$

$$x=\frac{1}{999}$$

循環小数と分数とのつながりをたのしんでみましょう。

(杉)