たのしい　　　　　　　　　　2019.6.6

サイエンス通信　(6)

効率よく敷き詰めたい

帰宅してふとテレビをつけたら裏技的生活情報番組をやっていて次のようなことを言っていました。「ピザを半分に切って並べると同時に２枚焼ける」。そこでの絵面がちょっと悪質。ちょうど右図のような，そのような「半分に切るとうまく並べることができるような」ピザと網の大きさの比だったからです！一般的なオーブンの大きさやピザの大きさ，数学的な考察も一切なしに放送されているもので，網いっぱいの直径のピザが２つ焼けるという錯覚を感じた人も多いかと思います。これを満たすためには円の直径の$\sqrt{2}$倍の辺の正方形が必要です。ちなみに１倍は絶対に無理です。半径１の円２つの面積は$2\pi \fallingdotseq 6.2832$なので，１辺２の正方形（面積４）より大きくなってしまいます。情報番組でこういったことをきっちり検証していく内容を放送すればいわゆる「理系離れ」に歯止めがかかるかもしれませんね。だいたいテレビ番組って理系の現象を追うことがあっても検証までしている番組は教育番組でしかありません。何とかしてほしいですね。国策ですよ！国策！

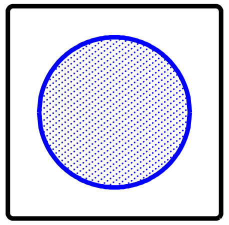


図１

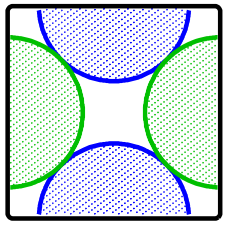


図２

では２つのピザを分割して再構築すると，どれくらいの大きさの正方形の網に乗るかを考えましょう。図２においては正方形の辺の長さは$2\sqrt{2} \fallingdotseq 2.828$必要です（充填率（網状におけるピザの面積の比率）は$2\pi/\left(2\sqrt{2}\right)^2 \fallingdotseq 78.54\%$)。もっと小さくできないでしょうか。理想の最小値は$\sqrt{2\pi} \fallingdotseq 2.507$（充填率 100%）です（もちろんこれは不可能です)。

そこでまず円を８分割して図３のように並べます。４つの扇形で作られるひとつのユニット（同色で表しています）を横 $\frac{4-\sqrt{2}}{2}$ 縦 $\sqrt{2}$ の長方形と近似するなら正方形の辺の長さは$\frac{4-\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2}=\frac{4+\sqrt{2}}{2} \fallingdotseq 2.707$となり，充填率は 85.74%まで上がりました。なお図３のようにくぼんだ部分に少し入りますのでそこまで考慮すると正方形の一辺の長さは$\frac{2-\sqrt{1+2\sqrt{2}}}{2}$ だけ縮み，充填率はさらに 87.13%まで上がります。

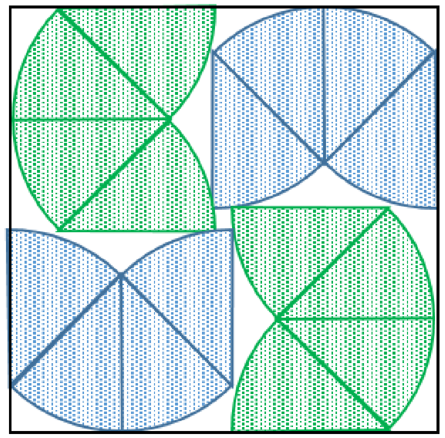
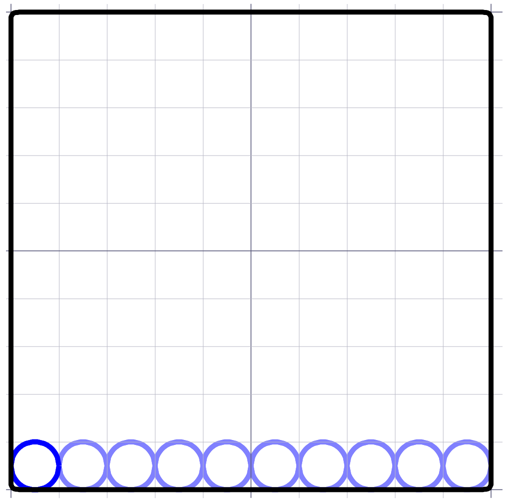


図３

力及ばずこのあたりで挫折してしまいましたが，もっと細く分ける，あるいは別の切り方を試すことによりこの数値はもっと上がると思います。このように効率的に敷き詰めるということは現実にも応用が利きます。物を効率よく詰め込むことによって一度に運べる量を多くし，物流コストを下げたりできます。



最後にちょっとしたパズルを。直径 1cm のコイン（これはピザのように切ることができない）があります。これを１辺が 10cm の正方形に重ならないように敷き詰めるといくつ入るでしょうか。100 個ではないですよ！

（逸）