

日本シリーズと数学

2019 年日本シリーズはソフトバンクホークスが読売ジャイアンツを 4 勝 0 敗で退けて優勝しました。

セ・パ両代表が今年は 7 戦をパパセセセパパという順でホーム開催 (隔年で逆) となります。1,2,6,7 戦を持つチームを A, 3,4,5 戦を持つチームを B とし, 両チームの勝つ確率をそれぞれ $1/2$, 引き分けは考えないものとします。

何戦	1(A)	2(A)	3(B)	4(B)	5(B)	6(A)	7(A)
A での試合数	1	2	2	2	2	3	4
B での試合数	0	0	1	2	3	3	3

もちろん最低 4 試合は必要です, 4 試合で決まる (4 連勝[連敗]) のは

$$2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8}$$

です。最初の $2 \times$ は A と B それぞれの連勝を意味します。

5 試合で決まるのは最初の 4 戦で 3 勝 1 敗とし, 5 戦目で勝って決めるということなので, 5 戦目で決める確率は

$$2 \times {}_4C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

同様に 6 戦目, 7 戦目を考えると

$$2 \times {}_5C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16}, \quad 2 \times {}_6C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$$

試合数	4	5	6	7
確率	$\frac{2}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$

となります。4 勝 3 敗になる確率と 4 勝 2 敗になる確率が等しく, 4 勝

1敗のときともそう差が無いと感じるのですがいかがでしょうか。また4戦で決まるということは1/8(12.5%)の確率で起こりますが、一般に統計では5%以下にならないと珍しいとは言わないため、たとえ4連敗でも今年の巨人がソフトバンクよりも弱いとは言い切れません（でも試合内容がなあ…）。

さて、双方の本拠地を先述のように行き来しながら試合をするのですが、自分のところで試合をする方が収入につながります。入場料はいったんNPBが召し上げて4戦までの分の一部を両チームに（勝者に16.8%，敗者に11.2%）配分します（5戦目以降はNPB丸儲けです）。ただ、グッズの売り上げ等付随する経済効果のことを考えると、やはり自分のところで多く開催したいですね。年ごとに交代とはいえ最初に自分のところで開催する方が有利か後の方が有利か考えたくなります。

例えば4連勝で終わればAでの試合数は2試合、Bでの試合も2試合ですが、4勝1敗で終わればAでの試合は2試合だけどBでの試合は3試合できます。これをしたの表にまとめるとこうですね。

Aでの試合数	2	3	4	Bでの試合数	2	3
確率	$\frac{6}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	確率	$\frac{2}{16}$	$\frac{14}{16}$

Aでの試合数の平均（期待値）は

$$2 \times \frac{6}{16} + 3 \times \frac{5}{16} + 4 \times \frac{5}{16} = \frac{47}{16}$$

Bでの試合数の平均（期待値）は

$$2 \times \frac{2}{16} + 3 \times \frac{14}{16} = \frac{46}{16}$$

わずかながらAが有利だがほぼ変わらない！このシステムを考えた人は偉いな！

なおクライマックスシリーズは1位と2位では1位の本拠地で、2位と3位では2位の本拠地で行いますが、これは全部主催球団の収入となるのでシーズン2位と3位とでは興行収入としては大きな差ができます。ペナントレース中の2位3位争いも目が離せません。 (逸)