

## 単利と複利

誰かが言っていたのですが、「日々1%ずつ成長する者は1年で~%成長する、日々1%退化する者は1年で~%退化する」といったものがあります。実際どのくらい成長するのかを考えましょう。

日々1%なら365日で365%成長するから465%、4.65倍になる？これでもまあ十分すごいです。しかし、「今の」1%と将来の成長した自分の1%とでは重みが違います。元の力がついていますからね。したがってこれは

$$1 + 0.01 + 0.01 + \dots + 0.01 = 1 + 0.01 \times 365 = 4.65$$

と考えるのではなく、

$$1 \times 1.01 \times 1.01 \times \dots \times 1.01 = 1 \times (1.01)^{365}$$

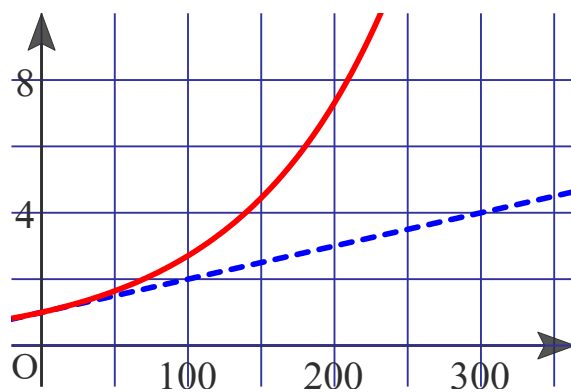
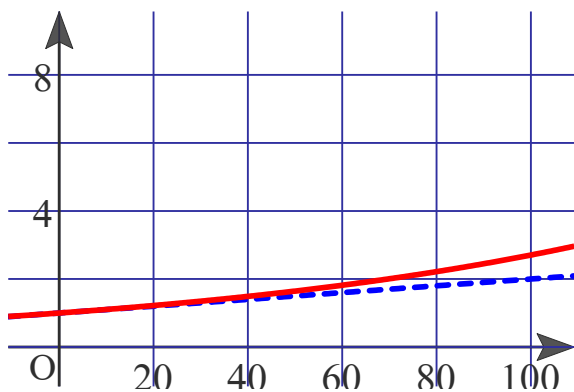
と考えなければいけません。この値はなんと37.78343...となり、なんと37倍以上にもなります。1%を馬鹿にしちゃいけませんね。

逆に日々1%退化すると1年でどうなるかというと

$$1 \times 0.99 \times 0.99 \times \dots \times 0.99 = 0.99^{365} = 0.02551 \dots$$

もとの2.6%となってしまいます。成長もすごいのなら退化もすごいですね。

前者の $1 + p + p + \dots$ という考え方は経済の言葉(?)で**単利**と呼ばれ、後者の $1 \times (1 + p) \times (1 + p) \times \dots$ という考え方は**複利**と呼ばれます。右上のグラフの点線が単利、実線が複利を表すグラフです(それぞれ利率は1%=0.01)。最初の方はその差ははっきりしませんが、50日を過ぎるころからその差は見えだして、150日あたりでは単利と複利との差は倍近くまで開き、そこから複利は一気にグラフの範囲を突き破るくらいに増えていきます。



経済という単語を出しましたが、例えば投資で年3%の配当金を得るとします。これを配当金として毎年もらうならば、3%は元本にのみかかる単利となります。またこの配当金を元本に繰り込む（再投資）と、配当金にも3%かかる複利となります。これで10年後、30年後を計算してみましょう。

単利 10年後： $1 + 0.03 \times 10 = 1.3$

30年後： $1 + 0.03 \times 30 = 1.9$

複利 10年後： $1 \times 1.03^{10} = 1.34391\dots$

30年後： $1 \times 1.03^{30} = 2.42726\dots$

かなりの差が出てきますね。資産運用を考える場合はこういうところも考えましょう。目先のお金に惑わされないように。

投資の話をしてきましたが、価値が下がって損をするリスクもあります。そんなことをしたくない。だったら貯金なのですが、利息は0.001%。すなわち0.00001です。これで50年後を考えてみると

単利： $1 + 0.00001 \times 50 = 1.0005$     複利： $1 \times 1.00001^{50} = 1.00050\dots$

となってそんなに変わりません。

高校の数学Ⅲで習うところですが、 $x$ が0にかなり近いとき

$$f(x) \cong f(0) + f'(0)x$$

という結構便利な「1次近似」が得られます。微々たる利息 $x$ で50年の場合、ここで単利の式が $1 + 50x$ といった1次式で表されるのですが、複利の式 $(1 + x)^{50}$ も同じ $1 + 50x$ と近似されます。単利と複利は違うと言っておきながら何か残念な結果になってしまいましたね。 (逸)