たのしいサイエンス通信

2022年度

10

SIR モデル改

オープンスクールで中学生に，感染症の拡がり方を数式化した SIR モデルの話をしました。「数学ができるようになればこんなことを考えることができるのだよ」ということさえわかってくれればいいというスタンスで話しましたので内容的には難しかったと思います。この SIR モデルは微分方程式で表されますが，これを差分方程式（数列）に落とし込んでしまえばとりあえず意味的には高 2 の範囲となりますし，表計算アプリで簡単に処理することができます。

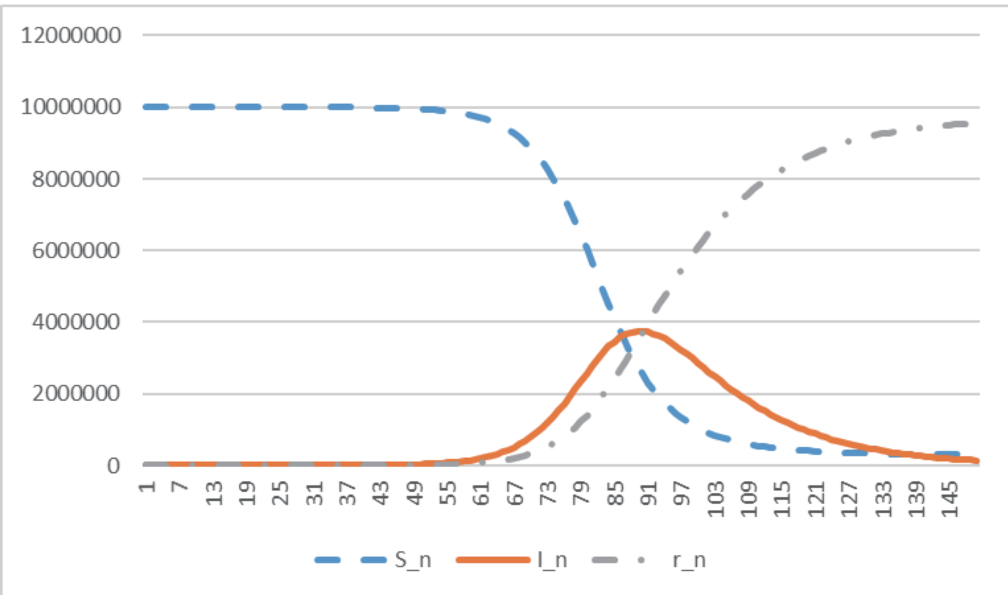
SIR モデルとは，S（感染する可能性のある者），I（感染者），R（免疫保持者）の人数変化を数式で表したもので，

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI \ , \qquad \frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \ , \qquad \frac{dR}{dt} = \gamma I$$

（β：感染率，γ：回復率）という微分方程式が成り立ちます。これを

$$S_{n+1} = S_n - \beta S_n I_n \ , \qquad I_{n+1} = I_n + \beta S_n I_n - \gamma I_n \ , \qquad R_{n+1} = R_n + \gamma I_n$$

という数列の式にして計算してみます。設定として$S_1 = 999900, I_1 = 100,$ $R_! = 0, \beta = 0.00000025, \gamma = 0.07$としてグラフにしたものが下図です。

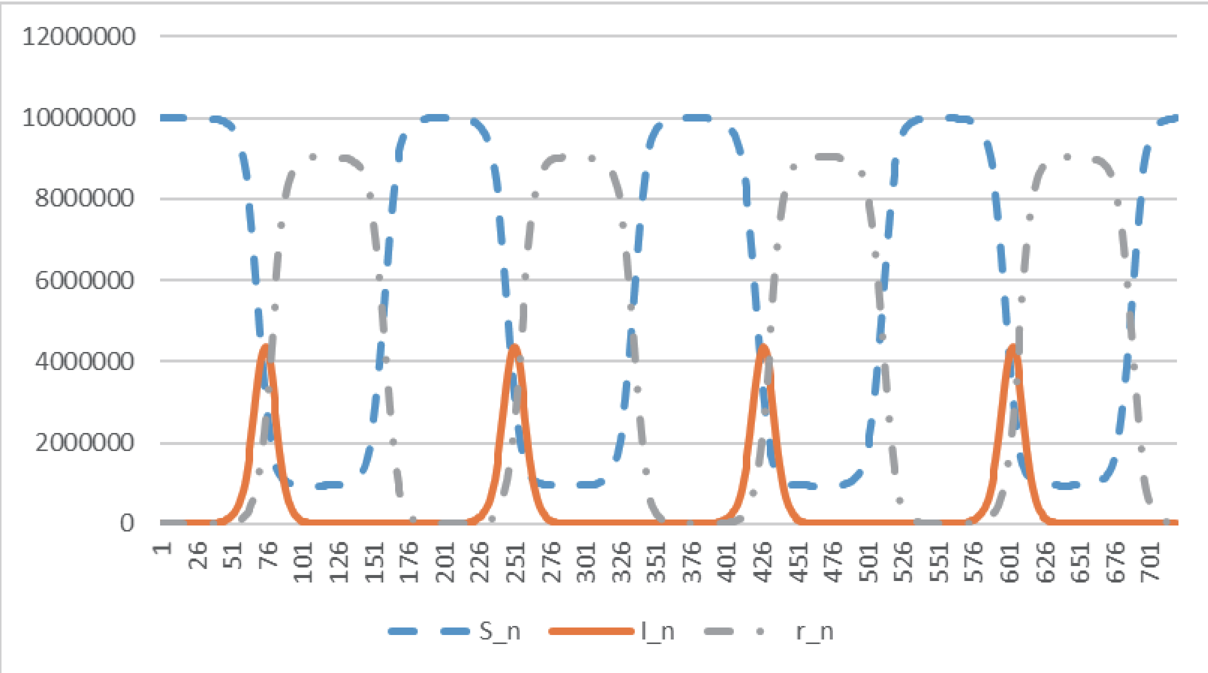


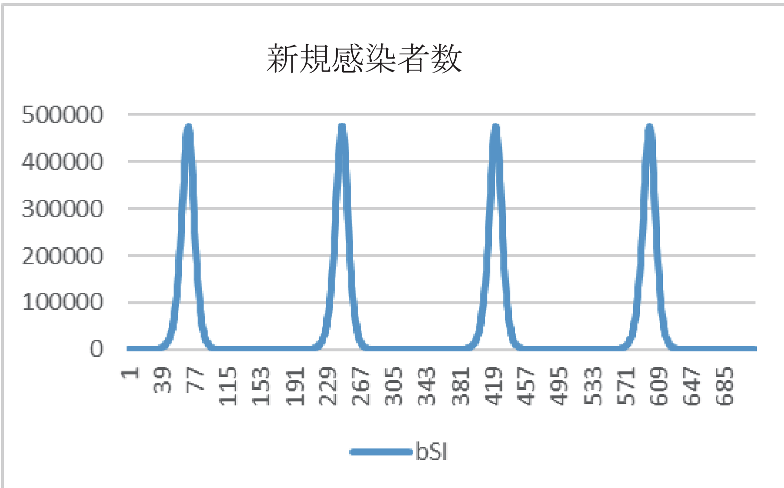
これは以前（2020 年度）のたのしいサイエンス通信に示しましたが，今回のオープンスクールではこれを改造してみました。まず回復に関しては割合ではなく日数に設定（v 日で回復），そして免疫が切れる（R が S になる）日数（w 日で免疫切れ）も設定してみました。

$$S_{n+1} = S_n - \beta S_n I_n + \beta S_{n-w} I_{n-w}$$
$$I_{n+1} = I_n + \beta S_n I_n - \beta S_{n-v} I_{n-v}$$
$$R_{n+1} = R_n + \beta S_{n-v} I_{n-v} - \beta S_{n-w} I_{n-w}$$

また，感染率 β も$\beta = \frac{mp}{N}$として接触人数 m と個別感染確率 p から設定します。

こうして$S_1 = 999900, I_1 = 100, R_! = 0, (N = 1000000), m = 50, p = 0.005,$ $(\beta = 0.00000025), v = 10, w = 90$で作ったグラフが下図になります。





割と如実に I が増えてしばらくすると治り R が増える。免疫が切れて R が S になり，また I が増えるといったサイクルが見えますね。オープンスクールではリモートなどで m を増減したり，マスクなどの感染対策で p を増減させたりして感染者の人数の増減を確かめてもらいました。数式は複雑ですが，数式によっていろいろなことが分かるようになるということだけは分かってもらえていれば幸いです。　（逸）