

## 日本一周都道府県庁の旅

日本一周の「定義」って何だろう。数学他においてこの「定義」というのはとても大事です。海岸線をぐるっと回っていけば日本一周なのだろうか。日本の内陸部分は回らなくていいのか。そんなことを考え調べてみましたが、これが明確な定義は無いようなのです。まあなければ作ればいいじゃない。ということで、次のような「定義」を作ってみました。「すべての都道府県庁（以下県庁）を回る」。そしてその最短ルートはどうなるのかを「数学的に」計算する。まったくどうでもいいことを思いついたものです。

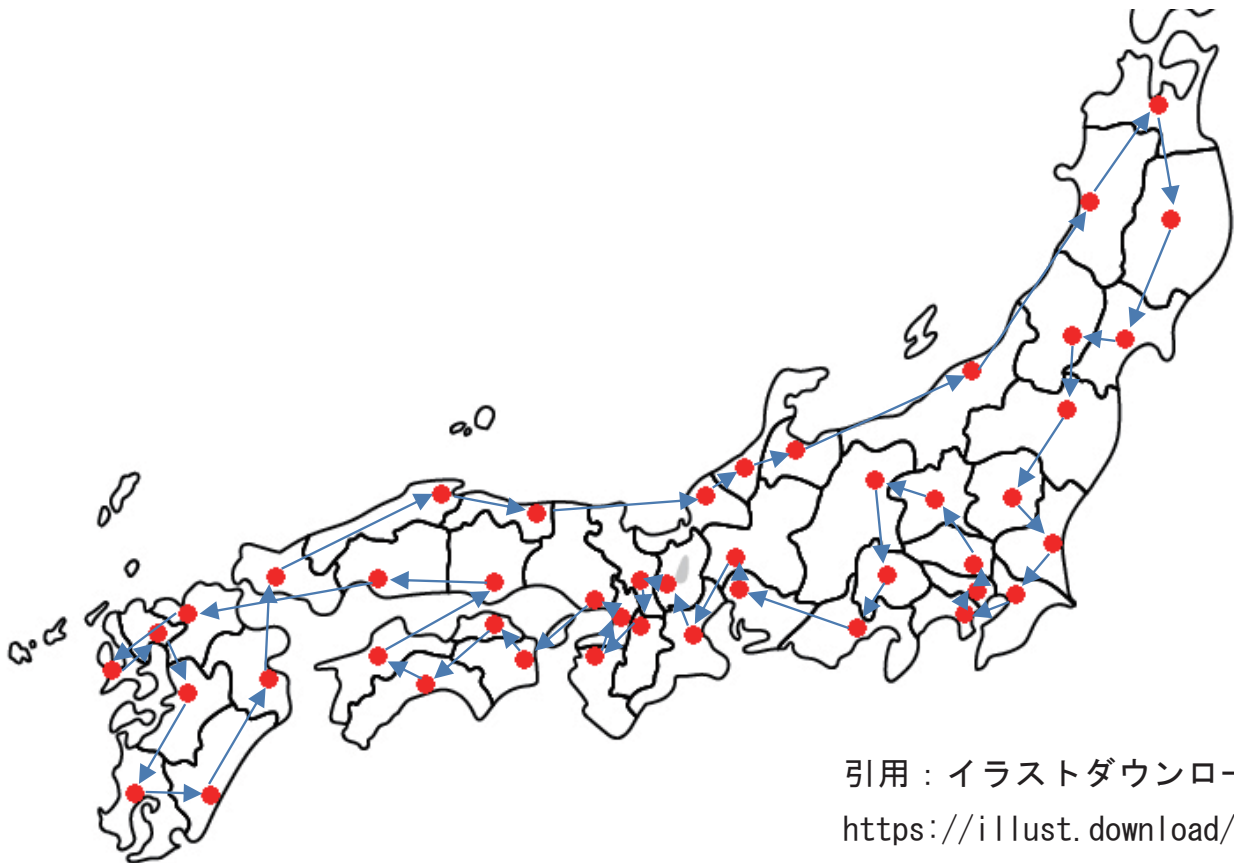
さてこの問題は**巡回セールスマン問題**と言われますが、それを解くのはとても手間がかかります。今回日本一周もコンピュータを使って計算するのですが、そのコンピュータも値を上げるほどの計算量です。そしてコンピュータ数学界隈ではもちろんこのようなデータ数と計算量との関係、それを軽減するための計算式の開発がなされています。

難しい話は私もわからないので置いておいて（^^、とりあえずは日本一周の数式を組んで PC に計算させましょう。定義の続きとして各県庁間を車で移動するとし、それで何分かかるか（これを距離と呼ぶ）を某地図サイトで調べた値を用います。もっとも車という制限があるので北海道と沖縄県を除外した 45 都府県で考えます。

45 県庁に番号（青森 1、秋田 2 など）を振り、2 つの県庁  $ij$  間の距離を  $c(i,j)$  とします（例えば青森秋田間と言えば  $c(1,2)=165$ ）。また  $ij$  間に  $x(i,j)$  という変数を考え、これは  $ij$  をつなぐときに 1、つながないときに 0 の値をとります。そしてすべての県庁をつないで元に戻る最短ルート、すなわち

$$\sum_{i,j} c(i,j)x(i,j)$$

の最小値をとるような  $x(i,j)$ の取り方を計算させました（通る道の部分だけの距離を全部足したもの）。その結果が下図です。かかる時間は4日と1時間51分。



引用：イラストダウンロード  
<https://illust.download/>

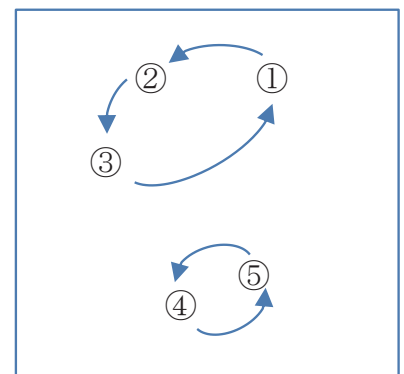
この計算は NEOS Server (<https://neos-server.org/neos/>) という数値最適化ソルバーをオンラインで利用させていただきました。これは昨年度の堺高校サイエンス創造科の課題研究で、時間割作成の研究でも使いました（このあたりの話も後日してみる機会があれば）。残念ながらサーバの制限時間を超える分量（無料で使えるけど10時間しか計算してくれない）となったので、上の地図は暫定的な結果です。そもそもデータが多いのですね。45 県庁の相互の時間を設定したので  $45 \times 44 = 1980$  の変数の組み合わせを考えるので  ${}_{1980}C_{45}$  回の計算をしなければいけません（93 桁の数になります！）。

この計算をするにあたってどのような式を作ったかというと、まずは

- 各県庁からは他の一つの県庁しか行かない  

$$\sum_v x(i,v) = 1$$
- 各県庁には他の 1 つの県庁からしか入らない  

$$\sum_v x(v,j) = 1$$



の2つです。これである程度はできるのですが、これだけでは例えば↑図のようにスタート地点からつながらない部分が出てしまうものが出てきます。これについては後日書こうかなと思っています。 (逸)