たのしいサイエンス通信

2024年度

9

2025という数の性質

あけましておめでとうございます。2025 年になりました。本年もよろしくお願いします。

毎年のように入試にこの年の数字が用いられる問題が作られているのですが、今年もこの「2025」という数についてどのような面白い性質があるか調べてみましょう。

まず素因数分解してみます。$2025 = 3^4 \times 5^2$。これより 15 個の約数を持つ数だということがわかりますし、何より$3^4 \times 5^2 = (3^2 \times 5)^2 = 45^2$ という平方数になっていることもわかります。ちなみにこの前の平方数となる年は$44^2 = 1936$年、私が生まれる前ですし、次の平方数となる年は$46^2 = 2116$年、さすがに私も生きていません。一生に一度出会えるかどうかの年、この瞬間を目の当たりにする奇跡に出会えたことに感謝ですね。

また、2025 は九九の表（１の段から９の段まで）の数をすべて足した数となっています。

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	58	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

このことは簡単に説明はつきますね。
１行目を足すと$1+2+3+\cdots+9=45$
２行目は１行目の２倍、３行目は３倍、…９行目は９倍なので

$$45+2\times 45+3\times 45+\cdots+9\times 45=(1+2+3+\cdots+9)\times 45=45^2=2025$$

となります。でも一見不思議な素晴らしい偶然ですね。

　また、高校数学の「数列の和」の知識があれば、

$$2025=(1+2+3+\cdots+9)^2=\left(\sum_{k=1}^{9}k\right)^2=\sum_{k=1}^{9}k^3=1^3+2^3+3^3+\cdots+9^3$$

ということも見えてきます。どこかで出てきそうですね。

　他にも調べてみると、このようなものが見つかりました。

$$(0^2+3^2)\times(1^2+2^2)\times(2^2+1^2)\times(3^2+0^2)=2025$$

$$\frac{4^3+5^3+6^3}{1^3-2^3+3^3}\times 100=2025$$

$$\frac{3^5}{4\times 5\times 6}\times 1000=2025$$

$$\frac{3^4}{3^0+3^1+3^2+3^3}\times 1000=2025$$

$$\frac{3^4}{7^0+7^1+7^2+7^3}\times 10000=2025$$

（参考：On-Line Encyclopedia of Integer Sequences　https://oeis.org
　　　　Wikipedia　https://ja.wikipedia.org/wiki/2025）

なお、単純な平方数の和も考えたのですが、生成 AI によると
$2025=1^2+2^2+16^2+42^2$ など無数に出てきました。こういうのを見つけるのも難しいものですね。　（逸）

過去の記事は
こちらから