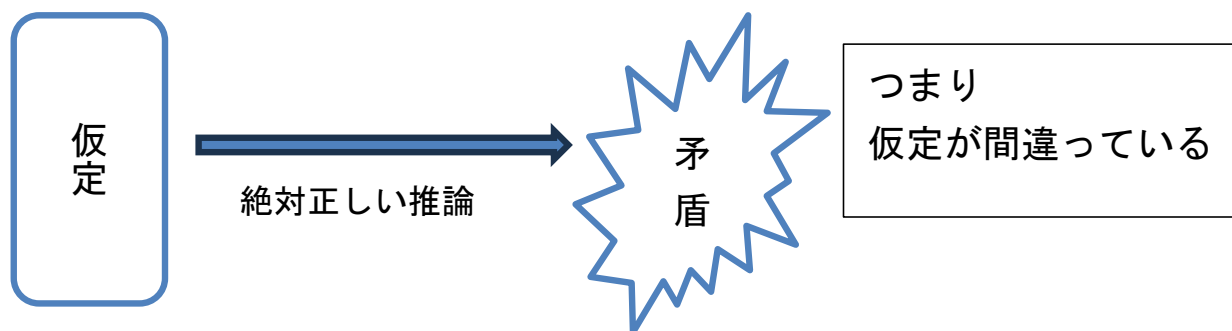


## 背理法と嘘つき問題

高校の数学で**背理法**というものを学びます。あることを正しいというために、間違えた「**仮定**」をし、正しい推論を行うと何かしらおかしいこと（**矛盾**）が生じ、それなら元の仮定がおかしかったのではないかという考え方です。



ただ教科書の導入はだいたい「 $\sqrt{2}$ が無理数であることを利用して $\sqrt{2} + 1$ が無理数であることを証明せよ」といった面白くないものからなのですね。公務員試験等でよくある「**嘘つき問題**」があるのに。数式だけが数学じゃないですよ。

嘘つき問題とは、必ず本当のことを言う「正直者」と必ず嘘をつく「嘘つき」がいるグループの中から誰が嘘つきかを見抜くパズルです。例えば

A, B, Cの3名のうち、正直者が2人、1人が嘘つきである。  
Aの証言：Cは嘘つきである。  
Bの証言：Aは正直者である。  
Cの証言：Bは嘘つきである。  
嘘つきは誰であるかを決定せよ。

(2016 青山学院大) (簡略化)

という問題が大学入試問題として出題されました。これを背理法で推理します。

まず A が嘘つきだと**仮定**します。そうすると C は正直者であり，そこから B は嘘つきとなります。これは嘘つきが 1 人だということに**矛盾**します。

次に B が嘘つきだと**仮定**します。そうすると A は嘘つきとなり，これも嘘つきが 1 人だということに**矛盾**します。

最後に C が嘘つきだと**仮定**します。そうすると B は正直者であり，そこから A も正直者で，A の証言を含めて矛盾は生じません。

このようにして嘘つきである可能性があるのは C だけだということがわかります。嘘つきが 1 人いるということから C が嘘つきであるということが決定されます。

背理法の導入としては適しているのではないかと思うのですがいかがでしょうか。なお背理法を学ぶ段階では高校数学の知識がそこまでついていないのですが，これから先，数学を学んでいくことにより，いろいろな問題に背理法を活用できます。有名なところでは，

$\tan 1^\circ$  は有理数か

(2006 京都大)

といったものがあります。知識としては数学 II で学ぶ三角関数の加法定理が必要ですが，それがわかれば背理法で，

$\tan 1^\circ$  を有理数と仮定する。→ $\tan 2^\circ$  は有理数，→ $\tan 3^\circ$  は有理数，…，

→ $\tan 60^\circ$  は有理数となるが， $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

すなわち無理数であるということに矛盾するので  $\tan 1^\circ$  は無理数であると結論付けます。もっとも  $\sqrt{3}$  が無理数であることの証明も添えておく必要があります。

過去の記事は

こちらから

