たのしいサイエンス通信
2025年度
10

ネイピア数

お金を預けると利息が付き，借りると利息を払う必要があるのは皆さまご存じだとは思います。私は海外に行くのが好きで，現地の ATM でキャッシングが便利なのですが，利息は 1 日ごとについているようなので，ネットで，または帰国後速やかに返済するようにしています。

利息は複利で計算されます。複利というのは「今借りている金額」に利息が何%かつくという考え方です（それに対し単利は「最初に借りた金額」に対し利息が決定する）。例えば複利で年利 15%(0.15)で 1 万円借りたら 1 年後には 1 万円の 15%である 1500 円がかかります。そのときは 1 万 1500 円持っているのでさらに 1 年後にはその 15%の 1725 円の利息が付いて 1 万 3225 円となります。このように a 円を利息 r で n 年借りると借金は $a(1+r)^n$ 円となります。

1 年で利息が 1 倍（元金と足して 2 倍）になるとします。これを半年単位で考えるとします。半年での利息を $\frac{1}{2}$ 倍とし，これで 1 年（半年 2 期分）借りたとして借金は$\left(1+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{4}=2.25$倍になります。12 か月でひと月ごとに利息 $\frac{1}{12}$ 倍とし，これで 1 年借りると$\left(1+\frac{1}{12}\right)^{12} \fallingdotseq 2.613035\cdots$倍，1 日で考えると$\left(1+\frac{1}{365}\right)^{365} \fallingdotseq 2.714567\cdots$倍になっていきます。この数はどんどん増えていくのですが，これをもっと細かく，$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$の n の値を限りなく大きくすると，ある値(2.7182818…)に限りなく近づいていきます。この数を**ネイピア数**と言い，e という記号で表されます。

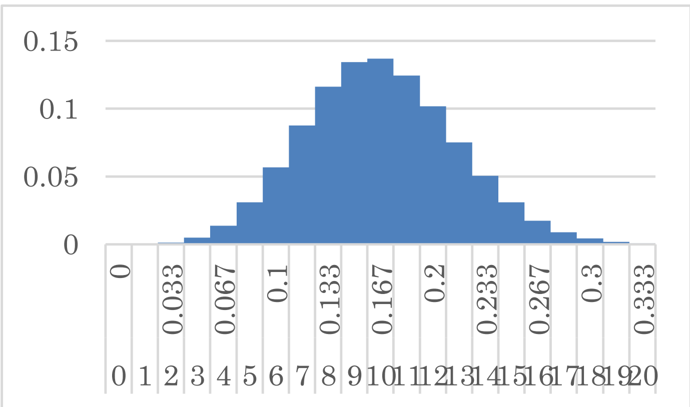
この e は**円周率 π** と並び，非常によく出てくる定数です。いくつか例を挙げます。

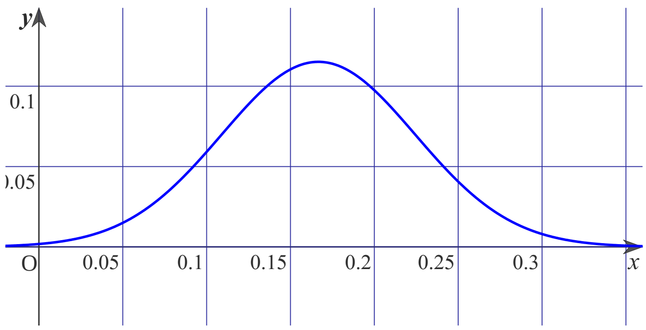
席替えで完全にくじ引きで決めるとき，全員が元の席と異なる席に座る確率は，人数が増えていくにつれ $\frac{1}{e}$(=0.367879⋯)に近づきます。また，n 本のうち 1 本だけ当たりがあるくじを n 回引く（一度引いたくじは元に戻す）とき，すべて外れを引く確率も n が大きくなるにつれ $\frac{1}{e}$ に近づきます。

さいころを何回も振って１が出る回数の度数分布をヒストグラムで表すと，$\frac{1}{6}(= 0.166\cdots)$の部分が一番多く，そこからなだらかな釣り鐘型を描いています。このヒストグラムの上辺が描く曲線を式で表すと，

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

となり，さいころの確率の問題なのにネイピア数 e，そしてなぜか円周率 π も出てきます。





教科書ではこの e を e（イー）とずっと呼んでいて，名前はというと一般に「**自然対数の底**」と呼ばれるようなのですが，こんなに大事な数にはしっかり名前を付けないとダメですよ。私は高校時代の数学の先生に，人の名前がついているものは敬意を表してその名を冠する呼称を使いなさいという教えを受けました。だから e はちゃんと「ネイピア数」と呼んであげます。三平方の定理じゃなく「ピタゴラスの定理」。円周率だって「ルドルフ数」という呼び名があるのですが…これは実は私もあまり使っていませんね。　（逸）

過去の記事は
こちらから